

RESOLUCION EJERCICIOS DE EXAMEN CALCULO I

domingo, 3 de mayo de 2026 20:12

3) Resolver la siguiente Inecuación en valor absoluto: $\left| \frac{2x-5}{x+2} \right| \leq 1$ 20pts

Teorema: $|x| \leq a, a > 0 \Leftrightarrow -a \leq x \leq a$

$$-1 \leq \frac{2x-5}{x+2} \leq 1$$

$$-1 \leq \frac{2x-5}{x+2} \wedge \frac{2x-5}{x+2} \leq 1$$

$$-1 - \frac{2x-5}{x+2} \leq 0 \wedge \frac{2x-5}{x+2} - 1 \leq 0$$

$$\frac{2x-5}{x+2} + 1 \geq 0 \wedge \frac{2x-5}{x+2} - 1 \leq 0$$

$$\frac{2x-5+x+2}{x+2} \geq 0 \wedge \frac{2x-5-x-2}{x+2} \leq 0$$

$$\frac{3x-3}{x+2} \geq 0 \wedge \frac{x-7}{x+2} \leq 0$$

$$\underbrace{\frac{3x-3}{x+2} \geq 0}_O \wedge \underbrace{\frac{x-7}{x+2} \leq 0}_O \quad \text{Si } x \neq -2$$

Para el Numerador:

$$3x-3=0$$

$$3x=3$$

$$x=1$$

$$x-7=0$$

$$x=7$$

Para el Denominador:

$$x+2=0$$

$$x=-2$$

$$x+2=0$$

$$x=-2$$



Para $x = -3$

$$\frac{3(-3)-3}{(-3)+2} \geq 0$$

$$\frac{-12}{-1} \geq 0$$

$$12 \geq 0 \quad \text{V}$$

Para $x = 0$

$$\frac{3(0)-3}{(0)+2} \geq 0$$

$$-\frac{3}{2} \geq 0 \quad \text{F}$$

Para $x = 3$

$$\frac{3(3)-3}{3+2} \geq 0$$

$$\frac{6}{5} \geq 0 \quad \text{V}$$

Para $x = -3$

$$\frac{(-3)-7}{(-3)+2} \leq 0$$

$$\frac{-10}{-1} \leq 0$$

$$10 \leq 0 \quad \text{F}$$

Para $x = 0$

$$\frac{(0)-7}{(0)+2} \leq 0$$

$$-\frac{7}{2} \leq 0 \quad \text{V}$$

Para $x = 8$

$$\frac{(8)-7}{(8)+2} \leq 0$$

$$\frac{1}{10} \leq 0 \quad \text{F}$$

Solución:

$$Cs: [1, 7]$$

6) Dadas las siguientes funciones:

$$f(x) = x^3 + 3x + 1 \quad g(x) = 3x - 2 \quad \text{Hallar:}$$

a) $(f+g)(x)$ b) $(f \cdot g)(x)$ c) $(g^{-1})(x)$ d) $(g \circ f)(x)$ e) $(f \circ f^{-1})(x)$ 15pts

$$\begin{aligned} \text{a) } (f+g)(x) &= f(x) + g(x) \\ &= x^3 + 3x + 1 + 3x - 2 \\ &= x^3 + 6x - 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } (f \cdot g)(x) &= f(x) \cdot g(x) \\ &= (x^3 + 3x + 1)(3x - 2) \\ &= 3x^4 + 9x^3 + 3x - 2x^3 - 6x - 2 \\ &= 3x^4 - 2x^3 + 9x^2 - 3x - 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } (g^{-1})(x) &= g(x) = 3x - 2 \\ y &= 3x - 2 \\ x &= 3y - 2 \\ x + 2 &= 3y \\ y &= \frac{x+2}{3} \quad g^{-1}(x) = \frac{x+2}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } (g \circ f)(x) &= 3x - 2 \\ &= 3(x^3 + 3x + 1) - 2 \\ &= 3x^3 + 9x + 3 - 2 \\ &= 3x^3 + 9x + 1 \end{aligned}$$

$$\text{e) } (f \circ f^{-1})(x) = x$$

7) Dada la función: $0 = -y + \frac{1}{x^2 - 4}$ Hallar:

a) Dominio y Codominio. 10pts

b) Intersecciones en "x" y "y". 5pts

c) Simetrías. 5pts

d) Asíntotas Verticales y Horizontales. 5pts

$$\text{a) } y = \frac{1}{x^2 - 4}$$

Dominio:

$$\begin{aligned} x^2 - 4 &= 0 \\ x^2 &= 4 \\ x &= \sqrt{4} \\ x &= \pm 2 \end{aligned}$$

$$\text{Df: } \forall x \in \mathbb{R} / x \neq 2 \wedge x \neq -2$$

Codominio:

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{x^2 - 4} \\ y(x^2 - 4) &= 1 \\ x^2 y - 4y &= 1 \\ x^2 y &= 1 + 4y \\ x^2 &= \frac{1 + 4y}{y} \\ x &= \sqrt{\frac{1 + 4y}{y}} \end{aligned}$$

Denominador

$$y = 0$$

$$y \neq 0 \quad \checkmark$$

Raíz

$$y = 0$$

$$y \neq 0 \quad \checkmark$$

Aplicando

$$1 + 4y \geq 0$$

$$4y \geq -1$$

$$y \geq -\frac{1}{4} \quad \checkmark$$

$$CF: y \in \mathbb{R} / y \neq 0 \wedge y \geq -\frac{1}{4}$$

b) Intersección en "x" y en "y"

$$x = 0 \Rightarrow \text{con el eje "y"}$$

$$y = \frac{1}{0^2 - 4}$$

$$y = \frac{1}{-4}$$

$$(0, -\frac{1}{4}) \text{ Iy}$$

$$y = 0 \Rightarrow \text{con el eje "x"}$$

$$0 = \frac{1}{x^2 - 4}$$

$$0(x^2 - 4) = 1$$

$$0 = 1$$

$\emptyset$

c) Simetrías.

$$F(x, y) = F(-x, y)$$

$$y = \frac{1}{x^2 - 4}$$

$$0 = \frac{1}{x^2 - 4} - y \quad \checkmark$$

$$\frac{1}{x^2 - 4} - y = \frac{1}{(-x)^2 - 4} - y$$

$$\frac{1}{x^2 - 4} = \frac{1}{(-x)^2 - 4}$$

Es simétrico con "y"

$$F(x, y) = F(x, -y)$$

$$\frac{1}{x^2 - 4} - y = \frac{1}{x^2 - 4} - (-y)$$

$$-y = y$$

No es simétrico con "x"

d) Asíntotas

Asíntotas Verticales (x)

$$x = 2$$

$$x = -2$$

Asíntotas Horizontales (y)

$$y = 0$$

4) Indicar si los conjuntos de pares ordenados forman una función (Función, o no Función) 5pts

a) $\{(4, 2), (3, 2), (7, 2)\}$ Si es función

b) $\{(2, 3), (2, 4), (5, 6)\}$ No es función

c) $\{(4, 2), (3, 3), (2, 4)\}$ Si es función

d) $\{(1, 3), (2, 3), (3, 3)\}$ Si es función

e) $\{(1, a), (1, b), (1, c)\}$ No es función